

## Optimización temporal y de agarre en robots bimanipuladores mediante PSO

Peñacoba Yagüe, Mario<sup>a,\*</sup>, Sierra-García, Jesús Enrique<sup>a</sup>, Santos Peñas, Matilde<sup>b</sup>

<sup>a</sup> *Departamento de Digitalización, Universidad de Burgos, Campus Río Vena, Avda. Cantabria, s/n, 09006 Burgos, España.*

<sup>b</sup> *Instituto de Tecnología del Conocimiento, Universidad Complutense de Madrid, 28040-Madrid, España.*

---

### Resumen

La planificación de trayectorias en robots bimanipuladores que transportan un objeto cooperativamente constituye un problema complejo debido al acoplamiento cinemático entre brazos, la necesidad de garantizar factibilidad en entornos con obstáculos y el control de esfuerzos de agarre. Este trabajo presenta una metodología de optimización basada en el algoritmo de optimización por enjambre de partículas (PSO) para generar trayectorias coordinadas mediante la parametrización del movimiento con puntos de paso (posición y orientación). Cada solución candidata se evalúa mediante un proceso que (i) resuelve la cinemática inversa dual para efectores, (ii) verifica colisiones robot-entorno, autocolisiones y colisiones del objeto, y (iii) estima las fuerzas de contacto imponiendo restricciones de fricción mediante un reparto de equilibrio de esfuerzo mínimo. Para la optimización se propone una función de coste jerárquica en tres fases que prioriza la eliminación de colisiones, la reducción de la fuerza máxima de contacto y, superado un umbral de seguridad, la optimización conjunta de tiempo y fuerza media.

*Palabras clave:* Manipulación bimanual, Optimización por enjambre de partículas, Planificación de trayectorias, Robótica Industrial, Robots de doble brazo.

### Optimization of time and grasping force in bimanual robot trajectories using PSO algorithm

#### Abstract

Trajectory planning for dual-arm robots cooperatively transporting an object is challenging due to kinematic coupling between arms, the need to ensure feasibility in cluttered environments, and the control of grasping forces. This paper presents an optimization methodology based on Particle Swarm Optimization (PSO) to generate coordinated trajectories by parameterizing the motion through object waypoints (position and orientation). Each candidate solution is evaluated through a process that (i) solves the dual inverse kinematics for both end-effectors, (ii) checks robot-environment collisions, self-collisions, and object collisions, and (iii) estimates the required contact forces under friction constraints using a minimum-effort load distribution. A three-phase hierarchical cost function is proposed to guide the optimization, prioritizing collision avoidance, reduction of the maximum contact force, and, once a safety threshold is satisfied, the joint optimization of total execution time and average grasping force.

*Keywords:* Bimanual manipulation, Particle Swarm Optimization, Trajectory planning, Industrial Robotics, Dual-arm robots.

---

### 1. Introducción

La manipulación bimanual con robots de doble brazo constituye uno de los retos más exigentes en robótica industrial, al requerir coordinación estrecha entre ambos manipuladores, sincronización espacio-temporal y garantías de seguridad en entornos con obstáculos. A diferencia de la manipulación con un único brazo, la bimanipulación introduce acoplamientos cinemáticos y geométricos adicionales: pequeñas variaciones en la trayectoria de un efector pueden comprometer la alcanzabilidad del otro, aumentar el riesgo de autocolisión entre brazos o provocar colisiones con el entorno

y con el propio objeto transportado (Hernandez-Vicen et al, 2021). Estas dificultades se acentúan en aplicaciones reales como el transporte cooperativo de cargas rígidas, la manipulación de piezas voluminosas o tareas coordinadas de pick-and-place, donde el espacio disponible es limitado y las trayectorias deben ser suaves, repetibles y compatibles con las restricciones físicas del agarre (Tanaka et al., 2025).

Los enfoques clásicos de planificación suelen apoyarse en planificadores deterministas o métodos basados en muestreo, que pueden encontrar trayectorias factibles, pero no siempre incorporan de forma directa objetivos físicos como el esfuerzo de agarre ni garantizan un equilibrio adecuado entre criterios

---

\*Autor para correspondencia: autor1@ceautomatica.es

(Jiang et al, 2025, Galán-Cuenca et al, 2024). En problemas con alta dimensionalidad y objetivos potencialmente conflictivos, los métodos metaheurísticos ofrecen una alternativa flexible, al permitir integrar evaluadores complejos (cinemática inversa, comprobación de colisiones y métricas físicas) sin necesidad de derivadas ni modelos simplificados excesivos (Caicedo et al, 2025). En particular, el algoritmo de optimización por enjambre de partículas (PSO) es atractivo por su simplicidad, su buen comportamiento en espacios continuos y su capacidad para explorar y explotar regiones prometedoras del espacio de búsqueda con un número moderado de evaluaciones (Peñacoba et al, 2024).

En este trabajo se presenta una metodología de optimización basada en PSO para generar trayectorias coordinadas de manipulación bimanual a partir de una parametrización del movimiento del objeto mediante puntos de paso en pose completa. Cada solución candidata se evalúa mediante un proceso que (i) resuelve la cinemática inversa cooperativa de ambos brazos, (ii) verifica colisiones robot-entorno, interferencias entre brazos y colisiones del objeto con obstáculos, y (iii) estima el tiempo de ejecución y las fuerzas de contacto requeridas por cada efector bajo un modelo de fricción. Además, se propone una función de coste jerárquica en tres fases que guía la búsqueda priorizando sucesivamente: (i) la eliminación de colisiones penalizando el tiempo acumulado en colisión, (ii) la reducción de la fuerza máxima de contacto y (iii) una vez satisfecha una cota de seguridad, la optimización conjunta del tiempo total y la fuerza media de agarre. Esta estructura escalonada estabiliza la búsqueda y evita compromisos prematuros entre factibilidad, eficiencia y esfuerzo, lo que resulta especialmente útil en trayectorias cooperativas con múltiples restricciones simultáneas.

El resto del artículo se organiza como sigue. En la Sección 2 se describen los problemas y retos de la manipulación cooperativa bimanual. La Sección 3 detalla el modelo, la formulación del problema y la metodología de optimización. La Sección 4 presenta la configuración experimental, y la Sección 5 discute los resultados obtenidos en términos de factibilidad, tiempo de ejecución y métricas de fuerza. Finalmente, la Sección 6 recoge las conclusiones y líneas de trabajo futuro.

## 2. Problemas y retos en manipulación cooperativa bimanual

El uso de dos manipuladores para transportar un mismo objeto no es solo una cuestión de redundancia: en aplicaciones industriales suele ser una necesidad impuesta por la tarea. Cargas voluminosas, geometrías que requieren dos puntos de sujeción, restricciones de orientación o la necesidad de estabilizar el objeto frente a perturbaciones hacen que un único brazo resulte insuficiente o poco robusto (Peñacoba et al., 2026). No obstante, la manipulación con doble brazo introduce retos adicionales que condicionan la planificación.

En primer lugar, aparece un acoplamiento cinemático entre brazos: al mantener un agarre rígido sobre el mismo objeto, el movimiento queda gobernado por una única trayectoria en  $SE(3)$ , y cada punto intermedio del objeto impone simultáneamente dos referencias cartesianas, una por robot. Esto reduce el margen de maniobra individual y puede forzar configuraciones cercanas a límites articulares o regiones desfavorables (Kleeberger et al, 2020, Prado et al, 2025).

En segundo lugar, las exigencias de seguridad geométrica son más estrictas: además de evitar colisiones robot-entorno y objeto-entorno, debe prevenirse la interferencia entre brazos, especialmente en entornos confinados como estanterías. Por tanto, la factibilidad debe evaluarse como una condición conjunta del sistema completo (Pushkarev & Sviridov, 2023).

Finalmente, el transporte cooperativo requiere admisibilidad física: bajo agarres laterales, el objeto debe mantenerse sin deslizamiento, lo que exige fuerzas normales compatibles con la fricción (Fabregat-Jaén et al, 2024). Algunas trayectorias pueden ser geoméricamente seguras, pero demandar picos de fuerza elevados o repartos de esfuerzo poco realistas, comprometiendo el objeto o el actuador de agarre. En consecuencia, una planificación útil debe equilibrar (i) seguridad y factibilidad geométrica, (ii) límites de esfuerzo de contacto y (iii) eficiencia temporal (Dong & Zand, 2023).

Con esta motivación, el problema abordado se define como la búsqueda de una trayectoria del objeto en  $SE(3)$ , con condiciones de contorno de recogida y depósito, que sea ejecutable por ambos brazos, libre de colisiones (incluida la interferencia entre brazos) y compatible con un límite de fuerza máxima de agarre, optimizando dentro del conjunto factible el compromiso entre tiempo de ejecución y esfuerzo medio.

## 3. Modelo del sistema y metodología de optimización

### 3.1. Modelo del sistema

En este trabajo se considera un sistema de manipulación cooperativa bimanual en el que dos manipuladores industriales transportan conjuntamente un único objeto manteniendo un agarre estable durante todo el movimiento. El payload se modela como una caja rígida, cuya trayectoria se planifica en espacio de tarea y se ejecuta de forma coordinada por ambos brazos.

Cada manipulador se representa como una cadena cinemática serie con  $n_L$  y  $n_R$  articulaciones actuadas, respectivamente, de modo que el sistema bimanual dispone de  $n_{\text{DoF}} = n_L + n_R$  grados de libertad controlables. La pose del objeto se describe mediante una configuración 6D  $p^{\text{box}} = [x \ y \ z \ \text{roll} \ \text{pitch} \ \text{yaw}]^T \in SE(3)$ , definida respecto a un marco fijo del mundo. La cooperación se impone definiendo dos marcos de agarre rígidamente unidos al objeto (punto de agarre izquierdo y derecho) con transformaciones constantes, de forma que, para cada  $T_{\text{box}}(t)$ , quedan determinados de manera unívoca los objetivos de ambos efectores finales. Esto fuerza una ejecución sincronizada basada en una única trayectoria del objeto, sin reagarres ni deslizamiento relativo.

Para centrar el estudio en planificación y factibilidad geométrica, se asume: (i) objeto y agarre rígidos sin deslizamiento, (ii) control completo de la pose del objeto durante el transporte, (iii) modelo puramente cinemático, y (iv) entorno estático modelado mediante obstáculos fijos. Este modelo es representado en la Figura 1.

Bajo estas hipótesis, el problema se reduce a encontrar una trayectoria del objeto en  $SE(3)$  que sea alcanzable por ambos brazos, respete límites y mantenga la ausencia de colisiones.

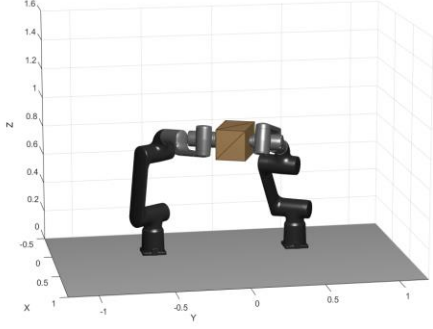


Figura 1: Representación del sistema robótico bibrazo.

### 3.2. Formulación del problema

La tarea de planificación cooperativa se plantea como un problema de optimización en el espacio de tarea del objeto transportado. El sistema bimanual manipula una caja rígida y, por tanto, las variables de decisión se definen como un conjunto de poses intermedias del objeto  $p^{\text{box}}$  que parametrizan la trayectoria completa. Dado que se asume un agarre rígido e invariante en el tiempo, cada pose del objeto determina de forma unívoca las referencias cartesianas de ambos efectores finales. En concreto, las poses objetivo de los marcos de agarre izquierdo y derecho,  $p^L \in SE(3)$  y  $p^R \in SE(3)$ , se obtienen aplicando transformaciones relativas fijas (offsets de agarre) desde el marco de la caja, generando dos consignas sincronizadas (una por robot) que posteriormente se convierten en configuraciones articulares mediante la cinemática inversa cooperativa. Cada punto de paso optimizable se define en la ecuación 1.

$$p^{\text{box}} = [x \ y \ z \ \text{roll} \ \text{pitch} \ \text{yaw}]^T \in SE(3) \quad (1)$$

donde  $\{x, y, z\}$  representan la posición cartesiana y  $\{\text{roll}, \text{pitch}, \text{yaw}\}$  la orientación (ángulos de Euler). La trayectoria se compone de  $n_{\text{total}}$  puntos de paso, de los cuales  $m$  son fijos para imponer los requisitos de tarea (típicamente inicio y fin), y el resto  $n = n_{\text{total}} - m$  se optimizan. En consecuencia, el número total de variables viene dado por (2).

$$n_{\text{vars}} = 6(n_{\text{total}} - m) \quad (2)$$

### 3.3. Generación de las trayectorias

A partir de los puntos de paso del objeto proporcionados por el optimizador,  $p_k^{\text{box}} = [x_k, y_k, z_k, \text{roll}_k, \text{pitch}_k, \text{yaw}_k]$ , junto con las poses fijas que imponen la tarea  $\{p_{\text{fixed},1}^{\text{box}}, \dots, p_{\text{fixed},m}^{\text{box}}\}$ , se construye una trayectoria continua  $T_{\text{box}}(t)$ . La trayectoria se muestra uniformemente en  $N$  instantes  $\{t_i\}_{i=1}^N$ , obteniendo  $\{T_{\text{box}}(t_i)\}_{i=1}^N$ , que se utilizan tanto para la cinemática inversa cooperativa como para la evaluación de colisiones.

Para cada muestra  $t_i$ , la pose del objeto se expresa como transformación homogénea (3).

$$T_{\text{box}}(t_i) = \begin{bmatrix} R_{\text{box}}(t_i) & p_{\text{box}}(t_i) \\ 0^T & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

donde  $p_{\text{box}} \in \mathbb{R}^3$  y  $R_{\text{box}} \in SO(3)$  se obtiene a partir de los ángulos roll-pitch-yaw. La cooperación se impone definiendo dos posiciones de agarre fijos en el marco de la caja

(separación lateral  $d$ ), que determinan las referencias de posición de ambos efectores finales (4).

$$\begin{aligned} p_R(t_i) &= p_{\text{box}}(t_i) + R_{\text{box}}(t_i) [-d, 0, 0]^T \\ p_L(t_i) &= p_{\text{box}}(t_i) + R_{\text{box}}(t_i) [d, 0, 0]^T \end{aligned} \quad (4)$$

Asimismo, las orientaciones de los efectores se fijan rígidamente respecto al objeto mediante rotaciones relativas constantes  $R_{L,\text{rel}}$  y  $R_{R,\text{rel}}$ :

$$\begin{aligned} R_L(t_i) &= R_{\text{box}}(t_i) R_{L,\text{rel}} \\ R_R(t_i) &= R_{\text{box}}(t_i) R_{R,\text{rel}} \end{aligned} \quad (5)$$

Con ello se obtienen las consignas cartesianas  $T_L(t_i)$  y  $T_R(t_i)$  para cada manipulador, garantizando un movimiento sincronizado que preserve la geometría del agarre durante todo el transporte.

Finalmente, la parametrización temporal se estima a partir de la distancia recorrida por el objeto, asumiendo una velocidad nominal constante  $v$  (6).

$$t_0 = 0, t_i = t_{i-1} + \frac{\|p_{\text{box}}(t_i) - p_{\text{box}}(t_{i-1})\|}{v} \quad (6)$$

### 3.4. Evaluación de colisiones

Para garantizar la factibilidad de cada solución candidata, la detección de colisiones se ejecuta durante la evaluación dentro del bucle de optimización. Una vez obtenida la trayectoria continua del objeto  $T_{\text{box}}(t)$ , se muestra en  $N$  instantes  $t_i$ , generando los conjuntos de configuraciones articulares  $\{q_L(t_i)\}_{i=1}^N$  y  $\{q_R(t_i)\}_{i=1}^N$  (a partir de la cinemática inversa cooperativa) y las poses discretas  $\{T_{\text{box}}(t_i)\}_{i=1}^N$ . En cada muestra se comprueban intersecciones entre volúmenes convexos para tres condiciones de seguridad: (i) robot-entorno (eslabones frente a obstáculos), (ii) brazo izquierdo-brazo derecho (interferencia entre cadenas), y (iii) caja-entorno (colisión del payload). El estado de colisión se agrega en un indicador binario  $c_i \in \{0,1\}$ , y el tiempo total en colisión se calcula según la ecuación 7.

$$t_{\text{col}} \approx \sum_{i=2}^N c_i (t_i - t_{i-1}) \quad (7)$$

### 3.5. Función de coste

Las trayectorias candidatas generadas por el optimizador se evalúan mediante una función de coste escalar que integra simultáneamente criterios de seguridad (ausencia de colisiones), factibilidad dinámica (esfuerzos admisibles sobre el objeto/agarre) y eficiencia (tiempo de ejecución).

Para ello se emplea una regla jerárquica en tres etapas: (i) penalizar trayectorias con colisión, (ii) imponer un límite de fuerza máxima y (iii) optimizar conjuntamente tiempo y fuerza media cuando la solución es segura. La función de coste se muestra en la ecuación 8.

$$f_c = \begin{cases} 2 + t_{\text{col}} + \frac{F_{\text{max}}}{k_f}, & \text{si } t_{\text{col}} > 0 \\ \frac{F_{\text{max}}}{k_f}, & \text{si } t_{\text{col}} = 0 \wedge F_{\text{max}} > 50 \\ 0.5 \left( \frac{t_{\text{tray}}}{k_t} \right) + 0.5 \left( \frac{F_{\text{med}}}{k_f} \right), & \text{si } t_{\text{col}} = 0 \wedge F_{\text{max}} \leq 50 \end{cases} \quad (8)$$

donde  $t_{col}$  es el tiempo acumulado en colisión,  $t_{tray}$  el tiempo total estimado,  $F_{max}$  la fuerza de agarre máxima requerida y  $F_{med}$  la fuerza de agarre media. Los parámetros  $k_F$  y  $k_t$  son constantes de normalización asociadas, respectivamente, a la fuerza y al tiempo, introducidas para hacer comparables ambos términos dentro de la función de coste y ajustar su contribución relativa. El término base 2 en la primera fila separa de forma clara las soluciones no seguras, y el uso de  $F_{max}$  como condición intermedia evita optimizar trayectorias rápidas que, aun siendo libres de colisión, exijan esfuerzos no admisibles. Una vez dentro del conjunto factible, la función refina el compromiso entre tiempo y esfuerzo medio, favoreciendo trayectorias eficientes sin incrementar innecesariamente el esfuerzo sostenido.

#### 4. Configuración experimental

El marco propuesto se validó en una tarea representativa de pick-and-place en estantería, ejecutando el proceso de optimización durante 2 horas, donde un sistema bimanual transporta cooperativamente una caja rígida dentro de un entorno con restricciones geométricas. La tarea consiste en desplazar el objeto desde una pose inicial de recogida hasta una pose final de depósito, manteniendo un agarre rígido y evitando colisiones con la estructura de la estantería, los elementos almacenados y el plano del suelo. Este caso resulta especialmente exigente debido a la coordinación cerrada impuesta por el agarre simultáneo de ambos manipuladores sobre un mismo cuerpo rígido.

##### 4.1. Robot, objeto y escenario

La validación se realizó con dos manipuladores colaborativos ABB GoFa 5 (CRB 15000/95) enfrentados a ambos lados de una estantería. Cada robot dispone de 6 grados de libertad, 5 kg de carga nominal y un alcance de 950–1050 mm, lo que permite movimientos cooperativos precisos en espacios reducidos. Ambos brazos transportan una caja rígida bajo un esquema de agarre bilateral fijo.

Los robots se sitúan a 0,5 m del plano frontal de la estantería y separados 1,0 m entre marcos base. El entorno se modela mediante volúmenes de colisión estáticos (balda y estructura), incluyendo el plano del suelo como obstáculo. Las dimensiones principales son: alturas de balda 0,20 m, 0,60 m y 1,00 m, y una huella en planta de 1,00 m × 0,40 m. Estas restricciones limitan la accesibilidad y las orientaciones admisibles del objeto durante el transporte.

La tarea queda definida por dos estados de referencia, pose de recogida y pose de depósito, expresados en el marco global y usados como condiciones de contorno obligatorias: todas las trayectorias deben comenzar y finalizar exactamente en dichas configuraciones.

##### 4.2. Métricas

Para evaluar el rendimiento del proceso de optimización bajo las mismas condiciones experimentales, se definen un conjunto de métricas orientadas a caracterizar tres aspectos fundamentales: factibilidad, calidad de la solución y eficiencia de ejecución, que son las siguientes:

- *IPSF* (Iteraciones hasta la primera solución factible): número de iteraciones necesarias para obtener la primera trayectoria sin colisiones y con  $F_{max}$  dentro del umbral permitido. Indica la rapidez con la que el optimizador alcanza el conjunto factible.
- *MVC* (Mejor valor de coste): mínimo valor alcanzado por la función de coste durante la ejecución. Resume el mejor resultado obtenido bajo la lógica jerárquica (colisiones, límite de  $F_{max}$ , y optimización de tiempo–fuerza media).
- *TET* (Tiempo de ejecución): duración simulada de una trayectoria factible, asociada a la eficiencia operativa del movimiento de la trayectoria optimizada.
- $F_{max}$  (Fuerza máxima): pico de fuerza normal requerida durante el transporte cooperativo de la trayectoria optimizada.
- $F_{med}$  (Fuerza media): fuerza normal media a lo largo de la trayectoria optimizada.

En conjunto, estas métricas permiten analizar no solo si una trayectoria es factible, sino también qué calidad física y operativa presenta, integrando criterios geométricos y de esfuerzo dentro de un marco unificado de evaluación

#### 5. Resultados

Para ilustrar de forma clara el efecto de la optimización, se presentan a continuación las siguientes evidencias: (i) una comparación espacial entre la trayectoria inicial y la trayectoria optimizada del objeto, (ii) una secuencia de instantáneas del movimiento resultante, (iii) la evolución de la función de coste, (iv) la posición del efector final de cada robot para la trayectoria optimizada y (v) las fuerzas normales ejercidas por cada robot sobre el objeto para la trayectoria optimizada.

En la representación tridimensional se compara la trayectoria inicial con la trayectoria optimizada (Figura 2).

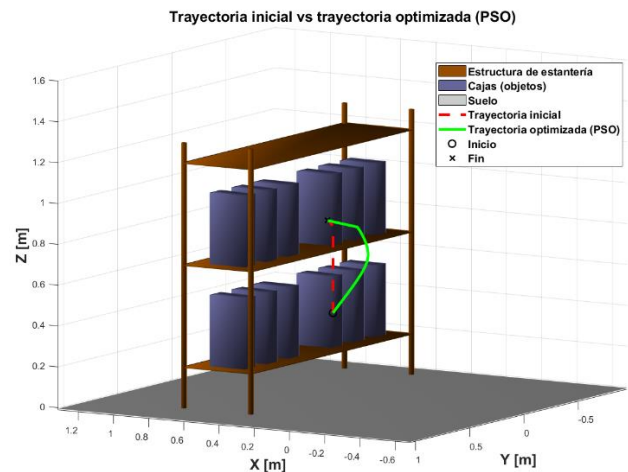
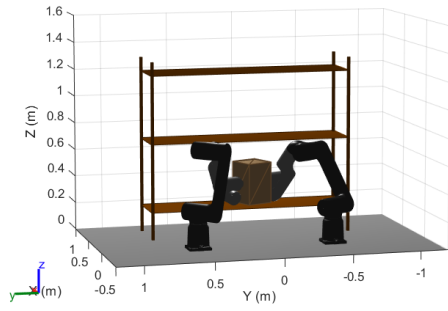


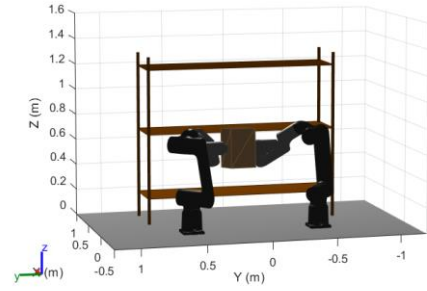
Figura 2: Representación 3D de la trayectoria inicial y la trayectoria optimizada.

En la Figura 2 se aprecia como el sistema robótico es capaz de aprender de forma automática a evitar las colisiones y buscar una trayectoria óptima en cuanto a colisión, tiempo y fuerza.

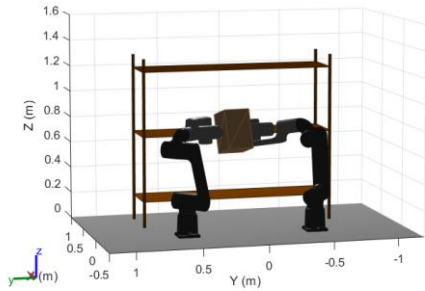
Para complementar la comparación espacial, se muestra en las Figuras 3a-d cuatro instantáneas representativas del movimiento asociado a la trayectoria optimizada.



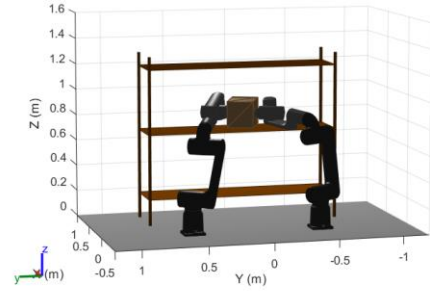
(a) Posición inicial



(b) Posición de la trayectoria al 25%



(c) Posición de la trayectoria al 75%



(d) Posición final

Figura 3: Secuencia de acciones.

En la fase inicial, ambos robots parten de la pose de recogida manteniendo el agarre rígido bilateral. En las configuraciones intermedias se observa cómo el objeto se desplaza y reorienta de manera controlada para atravesar el entorno restringido entre baldas, evitando proximidades innecesarias a la estructura y reduciendo el riesgo de colisión. Finalmente, el sistema alcanza la pose de depósito cumpliendo las condiciones de contorno impuestas por la tarea.

Con el fin de analizar el comportamiento del proceso de optimización, se representa la evolución del mejor valor de la función de coste por iteración (Figura 4).

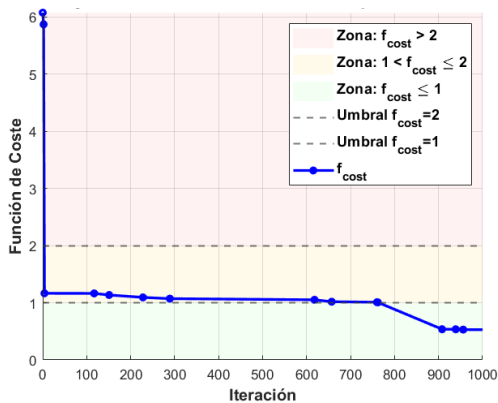


Figura 4: Evolución de los mejores valores de la función de coste.

El gráfico distingue las tres regiones de la función de coste escalonada: trayectorias con colisión ( $f_{\text{cost}} > 2$ ), trayectorias sin colisión, pero no admisibles por fuerza máxima ( $1 < f_{\text{cost}} \leq 2$ ) y soluciones factibles ( $f_{\text{cost}} \leq 1$ ). En las primeras iteraciones predominan valores altos asociados a colisiones, pero el algoritmo converge rápidamente hacia el umbral de

factibilidad y, una vez alcanzado, reduce progresivamente el coste al optimizar el compromiso entre tiempo de ejecución y esfuerzo medio, estabilizándose por debajo de 1. Este patrón confirma el funcionamiento jerárquico de la función objetivo: primero seguridad geométrica, después admisibilidad por fuerza y, finalmente, mejora del rendimiento dentro del conjunto factible. La Figura 5 muestra la evolución temporal de la posición de ambos TCP.

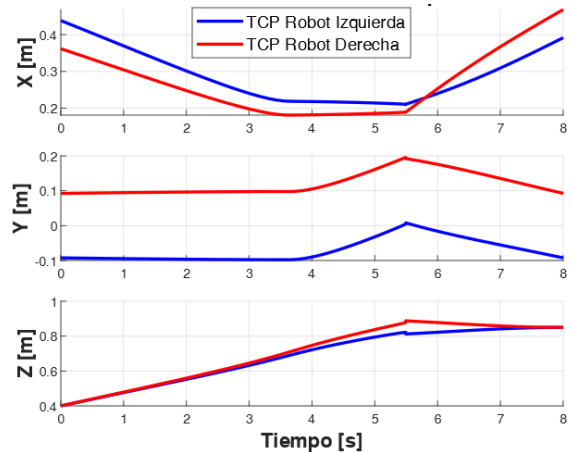


Figura 5: Evolución temporal de la posición del TCP en la trayectoria optimizada.

En esta figura se confirma la coordinación impuesta por el agarre rígido: las trayectorias en  $X$ ,  $Y$  y  $Z$  son consistentes entre robots y reflejan un movimiento sincronizado durante todo el transporte. Se observa una elevación progresiva en  $Z$  hasta la altura de depósito y pequeñas correcciones laterales en  $Y$  para atravesar la estantería. Además, no aparecen discontinuidades,

lo que es coherente con la interpolación suave y con una ejecución estable de la trayectoria optimizada. Por último, en la Figura 7 se muestra la fuerza normal en ambos efectores finales.

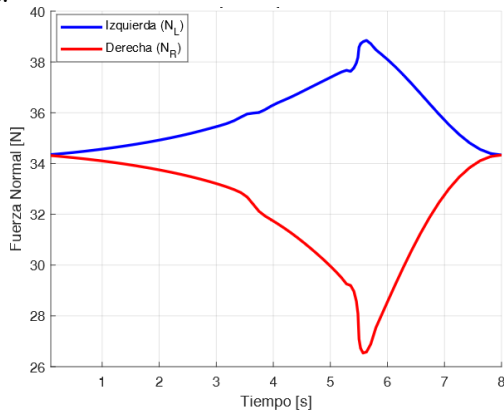


Figura 7: Evolución temporal de la fuerza normal de los efectores finales en la trayectoria optimizada.

La fuerza normal en ambos efectores muestra una distribución complementaria del esfuerzo durante el transporte:  $N_L$  aumenta hasta un máximo en la fase intermedia, mientras  $N_R$  desciende y se recupera al final. Esta redistribución se concentra en torno a los 5–6 s, coincidiendo con el paso por la zona más restrictiva del entorno. En todo el movimiento, los valores se mantienen dentro del umbral fijado, confirmando la admisibilidad física de la trayectoria, y las curvas son suaves, sin picos abruptos, coherentes con la interpolación quintica utilizada.

Los datos cuantitativos de la optimización de la trayectoria del robot con el algoritmo PSO se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1: Métricas obtenidas al aplicar la trayectoria optimizada

$IPSF$ (iter)	$MVC$	$TET$ (s)	$F_{max}$ (N)	$F_{med}$ (N)
908	0.5233	9.511	48.56	42.82

## 6. Conclusiones y trabajos futuros

En este trabajo se propone un enfoque de optimización para planificación cooperativa bimanual en entornos restringidos, formulado desde la trayectoria del objeto y resuelto mediante una metaheurística con función de coste jerárquica. La metodología permite obtener trayectorias libres de colisión y físicamente admisibles, respetando un umbral de fuerza máxima y optimizando simultáneamente el tiempo de ejecución y el esfuerzo medio.

Los resultados de la Tabla 1 confirman la convergencia hacia una solución factible y eficiente ( $IPSF = 908$ ,  $MVC = 0.5233$ ,  $TET = 9.511$  s), con fuerzas por debajo del límite impuesto  $F_{max} = 48.56$  N y  $F_{med} = 42.82$  N.

Además, respecto a la trayectoria inicial ( $F_{max} = 69.43$  N,  $F_{med} = 48.36$  N), la optimización reduce la fuerza máxima en aproximadamente 30.1% y la fuerza media alrededor de 11.4%, de 48.36 a 42.82 N), evidenciando una mejora clara en picos de carga sin penalizar el nivel medio de esfuerzo.

Como líneas futuras, se plantea extender el modelo hacia una formulación dinámica con distribución explícita de fuerzas y pares articulares, incorporar modelos de contacto/fricción más complejos y validar el método en un sistema real. También se planea explorar una optimización para analizar el compromiso entre tiempo, esfuerzo y robustez.

## Agradecimientos

Este trabajo ha sido realizado parcialmente gracias al apoyo de la Comisión Europea en el marco del proyecto europeo MANiBOT, número de referencia 101120823.

## Referencias

- Caicedo, J. M. G., & Duarte, F. (2025). Posicionamiento del brazo de un robot móvil como apoyo para superar obstáculos utilizando lógica difusa. *Revista iberoamericana de automática e informática industrial (RIAI)*, 22(4), 298-309.
- Dong, M., & Zhang, J. (2023). A review of robotic grasp detection technology. *Robotica*, 41(12), 3846-3885.
- Fabregat-Jaén, M., Peidro, A., Mollá-Santamaría, P., Soler, F. J., & Reinoso, O. (2024). Planificación jerárquica de movimientos de un robot trepador bípedo en estructuras tridimensionales reticulares. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, 21(3), 262-273.
- Galán-Cuenca, A., De Luis-Moura, D., Herrera-López, J. M., Rollón, M., García-Morales, I., & Muñoz, V. F. (2024). Sutura automatizada para una plataforma robótica de asistencia a la cirugía laparoscópica. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, 21(4), 339-350.
- Hernandez-Vicen, J., Martinez, S., de Santos-Rico, R., Menendez, E., & Balaguer, C. (2021). Characterization and study of the primitive dynamic movements required to bi-manipulate a box. *Electronics*, 10(11), 1354.
- Jiang, J., Zhang, Y., Zhang, Y., & Zhang, Q. (2025). Path planning in dynamic structured environments using transformer-enabled twin delayed deep deterministic policy gradient for mobile robots in simulation. *Intelligent Service Robotics*, 18(4), 857-874.
- Kleeberger, K., Bormann, R., Kraus, W., & Huber, M. F. (2020). A survey on learning-based robotic grasping. *Current Robotics Reports*, 1(4), 239-249.
- Montenegro-Bravo, J.S., Ruiz-Flórez, J.D., Romero-Ante, J.D., ManriqueCórdoba, J., Vivas-Albán, O.A., Sabater-Navarro, J.M. (2024). 3D collision free trajectory generator for a UR3e manipulator with soft gripper. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial* 21, 52-61. <https://doi.org/10.4995/riai.2023.19332>
- Peñacoba-Yagüe, M.; Sierra-García, J.-E.; Santos-Peñas, M. Human-Intelligent Trajectory Optimization for Robotic Manipulators with Hybrid PSO-PS Algorithm. *Advanced Engineering Informatics* 2025, 69, 103941. <https://doi.org/10.1016/j.aei.2025.103941>
- Peñacoba, M., Bayona, E., Sierra-García, J. E., & Santos, M. (2024). Route Optimization for UVC Disinfection Robot Using Bio-Inspired Metaheuristic Techniques. *Biomimetics*, 9(12), 744.
- Peñacoba-Yagüe, M., & Sierra-García, J. E. (2026). Generalized Design Methodology for Dual-Arm Robotic Platforms: From Conceptualization to Experimental Validation Within the MANiBOT Framework. *Machines*, 14(1), 74.
- Prado, R., Peralta, M., Vidal, P., Galvez, C., Herrera, J., & Juarez, L. (2025). Desarrollo de un robot de bajo costo para aplicaciones agrícolas. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial*, 22(3), 196-207.
- Pushkarev, Y. A., & Sviridov, V. V. (2023). Object Recognition Method Based on Their Signal-Geometric Signs through a Robotic Security Complex. *Mathematical Models and Computer Simulations*, 15(2), 297-311.
- Rascón, R., Flores-Mendoza, A., Moreno-Valenzuela, J., Aguilar-Avelar, C. 2024. Cartesian trajectory tracking in manipulator robots. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial* 21, 252261. <https://doi.org/10.4995/riai.2024.20399>
- Tanaka, Y., Shirai, Y., Schperberg, A., Lin, X., & Hong, D. (2025). Scaler: Versatile multi-limbed robot for free-climbing in extreme terrains. *IEEE Transactions on Robotics*.